



Universidad
Francisco de
Vitoria

UFV Madrid

INGENIERÍA EN SISTEMAS INDUSTRIALES

Física Electromagnética

Problemas de Campo magnético

Edición 0 / Revisión 0

Abril 2019

1.- Una carga $q = -3,64 \text{ nC}$ se mueve con velocidad $2,75 \cdot 10^3 \hat{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$. Hallar la fuerza que actúa sobre la carga si el campo magnético es:

- a) $\vec{B} = 0,38 \hat{j} \text{ (T)}$
- b) $\vec{B} = 0,75 \hat{i} + 0,75 \hat{j} \text{ (T)}$
- c) $\vec{B} = 0,75 \hat{i} + 0,75 \hat{k} \text{ (T)}$

2.- Un segmento de conductor recto de 2 metros de largo, forma 30 grados con un campo magnético uniforme de 0,37T. Hallar la fuerza que actúa sobre el conductor, si sobre él circula una corriente de 2A.

3.- Un conductor recto, rígido y horizontal, de 25 cm de longitud y masa 50g, se encuentra conectado por sus extremos a una fem. Sea un campo magnético de 1,33T, horizontal y perpendicular al conductor anterior. Hallar la corriente eléctrica necesaria para hacer flotar el conductor en equilibrio mecánico.

4.- Sea un hilo recto de 10 cm de longitud, paralelo al eje x por el que circula una corriente de 2A en la dirección creciente de x. La fuerza debida a un campo $\vec{B}$ uniforme es $3\hat{j} + 2\hat{k} \text{ (N)}$. Si se gira el hilo, ahora paralelo al eje y, y con corriente en el sentido creciente de y, la fuerza que experimenta por el campo magnético $\vec{B}$ es $-3\hat{i} - 2\hat{k} \text{ (N)}$. Determinar el campo $\vec{B}$.

5.- Determinar el campo magnético en el interior de un solenoide de 20 cm de longitud y 1,4 cm de radio que posee 600 vueltas. Por el solenoide circula una corriente de 4A.

6.- Sean dos conductores iguales y paralelos situados en $x = -3 \text{ cm}, y = 0$ y en $x = 3 \text{ cm}, y = 0$, ambos con corrientes de igual sentido de 1,7A en dirección creciente del eje z. Determinar el campo magnético en el punto $(0,6,0) \text{ (cm)}$.

7.- Dos barras paralelas, rectilíneas de 50 cm de largo, separadas 1,5 mm, ambas con una corriente de 15A, pero de sentidos contrarios y dispuestas en un plano vertical una encima de la otra ¿Qué masa debe tener la barra superior para que el sistema se encuentre en equilibrio mecánico?

8.- Dos cables paralelos transportan corrientes I_1 e I_2 , donde $I_2 = 2I_1$, ambas en el mismo sentido. Calcular la relación existente entre la fuerza que cada conductor sufre por la presencia del otro.

9.- Una densidad de corriente uniforme circula por un conductor recto que tiene una sección circular. Es verdadero o falso que:

- a) El mayor módulo de campo magnético producido por el conductor se encuentra en la superficie de éste.
- b) La intensidad del campo magnético en la región que rodea el conductor es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el eje central del conductor y el punto de observación del campo.
- c) El campo magnético es nulo en todos los puntos del eje del conductor.
- d) El módulo del campo magnético dentro del conductor crece linealmente con la distancia al eje.

10.- En un instante determinado, una partícula de carga $q = 12 \mu\text{C}$ está en el punto $(0, 2)(\text{m})$ y su velocidad en ese mismo instante es $30\hat{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$. Determinar el campo magnético en el origen.

11.- Dos cables paralelos largos y rectilíneos, separados 8,6 cm, transportan corrientes iguales de módulo I . Ambos se repelen con una fuerza por unidad de longitud de $3,6 \left(\frac{\text{mN}}{\text{m}}\right)$. ¿Las corrientes llevan el mismo sentido o el contrario? Calcular el valor de I .

12.- Un conductor de 16 cm de longitud, y 14 g de masa, está suspendido sobre un conductor rectilíneo largo. Se establecen entre ambos conductores corrientes iguales y opuestas, de modo que el conductor de 16 cm flota a 1,5 mm sobre el otro ¿Cuál es la corriente?

13.- Tres conductores rectilíneos largos y paralelos pasan a través de los vértices de un triángulo equilátero de 10 cm de lado. La figura adjunta muestra el sentido de las diferentes corrientes, donde todas son de valor 15 amperios.

- a) Calcular la fuerza por unidad de longitud sobre el conductor superior.
- b) Calcular el campo magnético sobre el conductor superior, producido por los otros dos conductores.



14.- Una corteza cilíndrica gruesa, de radios interior y exterior a y b , respectivamente, transporta una corriente de I , uniformemente distribuida por toda la sección. Determinar el campo magnético en todos los puntos de la sección.

15.- Un toroide de radio interior 1 cm y exterior 2 cm, tienen 1000 espiras y transporta una corriente de 1,5 amperios.

- a) ¿Cuánto vale el campo magnético en el interior del toroide (parte hueca)?
- b) ¿Y a 1,1 cm del centro?
- c) ¿Y en la parte exterior?

Repaso temas 6 y 7

①

Tesla $\vec{B}$

Fuerza Lorentz

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

Ley de Biot-Savart

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$
Permitividad
magnética del vacío.

* Campo debido a una espira (en el eje)

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot 2\pi R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \vec{k}$$

* Campo en el interior de un solenoide esbelto

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{N}{L} I \cdot \vec{k}$$

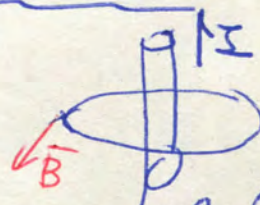
Fuera del solenoide
es nulo el campo,

* Ley de Ampère

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$$

* Campo de un conductor rectilíneo

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r} \vec{\phi}$$



* Fuerza entre dos conductores paralelos

$$F = \frac{\mu_0 \cdot L}{2\pi d} I_a I_b$$

Igual sentido se atraen
diferente sentido se repelen.

* Campo en el interior de un toroide

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

(2)

1.-

$$q = -3'64 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

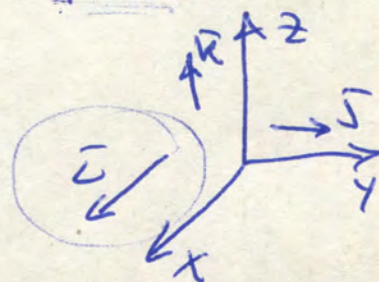
$$\vec{V} = 2'75 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a) \vec{B} = 0'38 \vec{j} \text{ (T)}$$

$$\vec{F} = \cancel{q\vec{E}} + q\vec{V} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F} = -3'64 \cdot 10^{-9} \cdot 2'75 \cdot 10^3 \cdot 0'38 \vec{k}$$

$$\vec{F} = -3'8 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ (N)}$$



$$b) \vec{B} = 0'75 \vec{i} + 0'75 \vec{j} \text{ (T)}$$

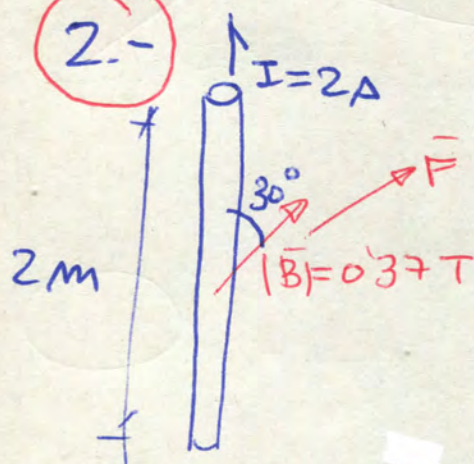
$$\vec{F} = -3'64 \cdot 10^{-9} \cdot 2'75 \cdot 10^3 \cdot 0'75 \vec{k}$$

$$\vec{F} = -7'5 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ (T)}$$

$$c) \vec{B} = 0'75 \vec{i} + 0'75 \vec{k} \text{ (T)}$$

$$\vec{F} = 7'5 \cdot 10^{-6} \vec{j} \text{ (T)}$$

2.-



Fuerza sobre el conductor

$$\vec{F} = \cancel{q\vec{E}} + q \cdot \vec{V} \wedge \vec{B}$$

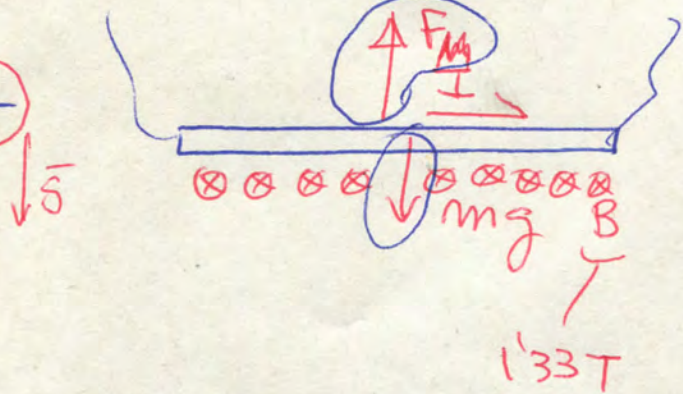
$$d\vec{F} = d\vec{q} \cdot \vec{V} \wedge \vec{B} = I \cdot d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

$$F = \int dF = \int_0^2 I d\ell \cdot B \cdot \sin 30^\circ = I L \cdot B \cdot \sin 30^\circ$$

$$F = 2 \cdot 2 \cdot 0'37 \cdot \frac{1}{2} = 0'74 \text{ N}$$

3

3.-



$m = 50 \text{ gr} = 0.05 \text{ kg}$
 $L = 0.25 \text{ m}$

fem $\rightarrow$ fuerza electromotriz

$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B}$

$F_m = F_{\text{peso}}$

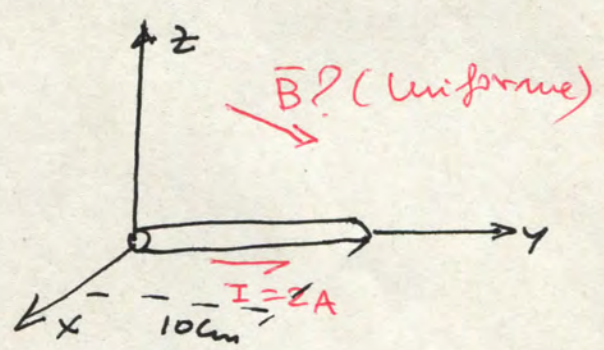
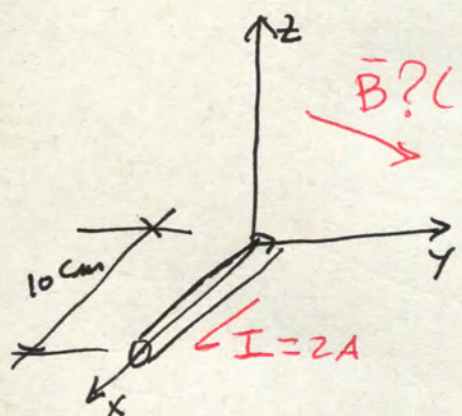
$L \cdot I \cdot B \sin \theta = mg \rightarrow I = \frac{mg}{L \cdot B \cdot 1} = \frac{0.05 \cdot 9.8}{0.25 \cdot 1.33}$

$I = 1.47 \text{ A}$

4.-

Antes $\rightarrow \vec{F}_0 = 3\vec{i} + 2\vec{k} \text{ (N)}$

Después $\rightarrow \vec{F}_1 = -3\vec{i} - 2\vec{k} \text{ (N)}$



Sabemos $d\vec{F} = dq \frac{d\vec{l}}{dt} \wedge \vec{B} = \left(\frac{dq}{dt} \right) \cdot d\vec{l} \wedge \vec{B}$
 (Lorentz para un dq)

Como I es cte y se trata de un hilo recto, puedo integrar fácilmente: $\vec{F} = I \cdot l \cdot \vec{u}_r \wedge \vec{B}$

Sea $\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}$ } intensidad $\downarrow$ dirección del hilo.
 long. hilo

Antes $(B_y \vec{i} - B_z \vec{j})$
 $\vec{F}_0 = I \cdot l \cdot \vec{i} \wedge \vec{B}$
 $\downarrow$
 $0 = I \cdot l \cdot 0$
 $3 = I \cdot l \cdot (-B_z) \rightarrow B_z = -\frac{3}{I l}$
 $2 = I \cdot l \cdot B_y \rightarrow B_y = \frac{2}{I l}$

Después $(B_z \vec{i} - B_x \vec{k})$
 $\vec{F}_1 = I \cdot l \cdot \vec{j} \wedge \vec{B}$
 $\downarrow$
 $-3 = I l \cdot B_z \rightarrow B_z = -\frac{3}{I l}$ (Ya lo sabía)
 $0 = I \cdot l \cdot 0$
 $-2 = I \cdot l \cdot (-B_x) \rightarrow B_x = \frac{2}{I l}$

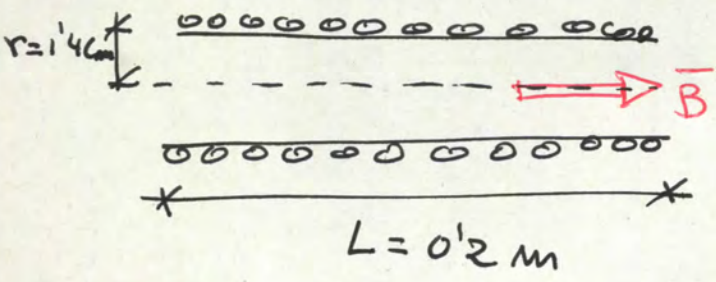
Entonces: $\vec{B} = \left(\frac{2}{1e}, \frac{2}{1e}, -\frac{3}{1e} \right)$

$\vec{B} = \left(\frac{2}{\underbrace{2 \cdot 0'1}_{\text{metros}}}, \frac{2}{2 \cdot 0'1}, -\frac{3}{2 \cdot 0'1} \right) = (10, 10, 15) \text{ (T)}$
Tesla

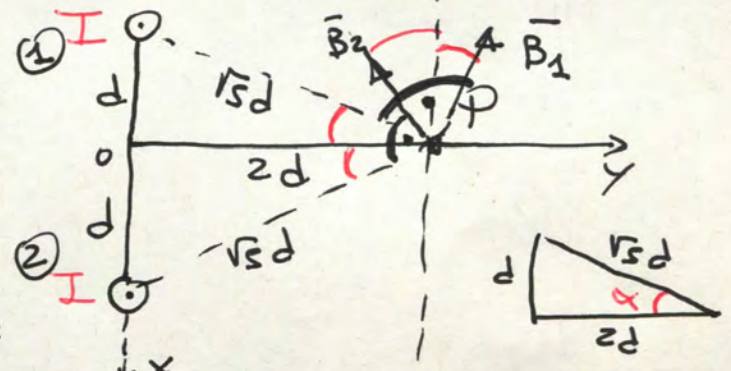
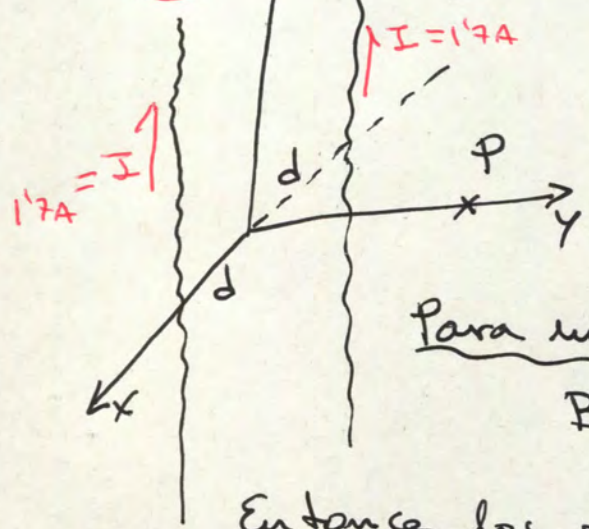
5.- Un solenoide
600 vueltas } $L \gg r$
 $I = 4A$ } $20 \gg 1'4$ es esbelto.

Directamente:

$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot I = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{600}{0'2} \cdot 4$
 $[B = 1'5 \cdot 10^{-2} \text{ T}]$



6.- ¿Campo en P? Miró desde arriba:



Para un hilo:

$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$

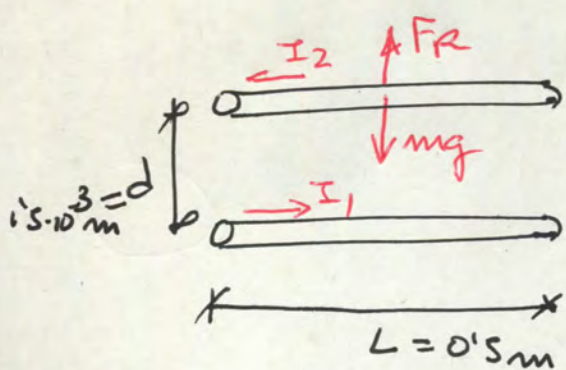
Sumamos los dos campos
(todos los ángulos rojos son iguales) $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$

Entonces los dos campos quedan, al sumarse, en $(-\vec{i})$

$\vec{B} = - \underbrace{2}_{\text{dos campos}} \mu_0 \frac{I}{2\pi \sqrt{5}d} \cdot \underbrace{\frac{2}{\sqrt{5}}}_{\cos \alpha \text{ (los proyectos)}} \vec{i}$

$\left[\vec{B} = - \frac{2(4\pi \cdot 10^{-7}) \cdot 1'7}{\pi \cdot 5 \cdot \underbrace{3 \cdot 10^{-2}}_d} \vec{i} = -9.06 \cdot 10^{-6} \vec{i} \text{ (T)} \right]$

7.- Se trata de aprovechar la repulsión que aparece entre ambas para que se sujete la de arriba.



Directamente: $F_R = mg$

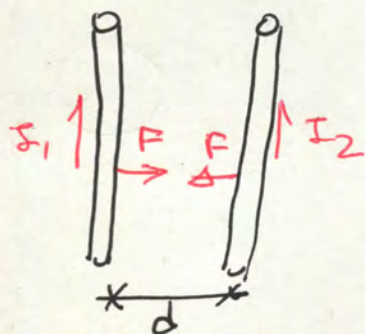
$$F_R = \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot \mu_0 \cdot L}{2\pi d} = mg$$

Despejo: $m = \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot \mu_0 \cdot L}{2\pi d \cdot g}$

$$m = \frac{15 \cdot 15 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0.5}{2\pi \cdot 1.5 \cdot 10^{-3} \cdot 9.8} = 1.53 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$[m = 1.53 \text{ gr}]$$

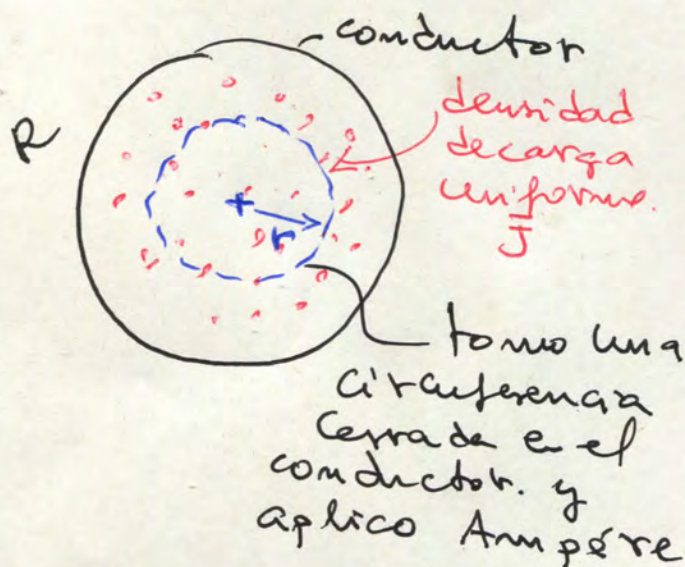
8.- Como llevan el mismo sentido se atraen.



$$F = \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot \mu_0 \cdot L}{2\pi d} = \frac{I_1^2 \cdot \mu_0 \cdot L}{2\pi d}$$

$$I_2 = 2 I_1$$

9.- a) Densidad de corriente uniforme por un conductor de sección circular.



La definición de la corriente (I) es de la densidad de corriente era:

$$I = \oint_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = J \cdot A$$

como es J uniforme

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 I = \mu_0 \cdot J \cdot A$$

simétrico

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 \cdot J \cdot \pi r^2$$

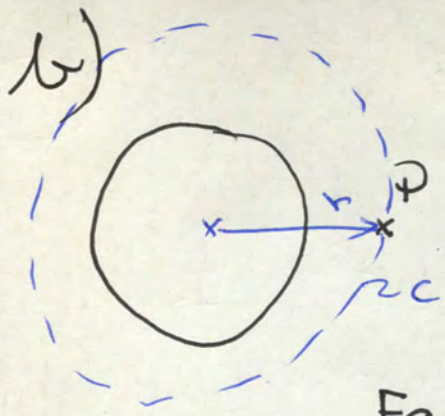
Cierto

Es verdad, es mas grande cuando d es mas grande en la superficie.

Entonces:

$$B = \frac{\mu_0}{2} J \cdot r$$

6



En el exterior del conductor

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu I^{\text{total del conductor}}$$

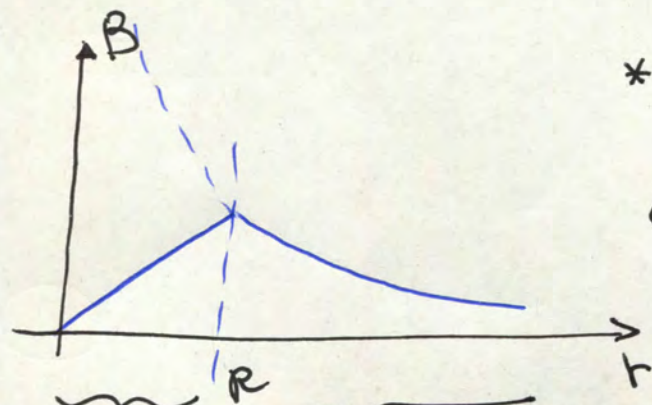
$$\left[B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r} \right]$$

Falso, es inversamente proporcional, pero no al cuadrado.

c) Cierro, en el interior calculamos antes: $B = \frac{\mu_0}{2} J \cdot d$ para $d=0$ es nulo.

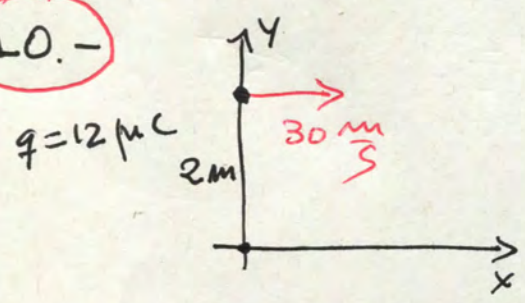
d) lo pintamos: * dentro $B = \frac{\mu_0}{2} J \cdot d r$

* Fuera $B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r}$



Cierro, en el interior es lineal.

10.-



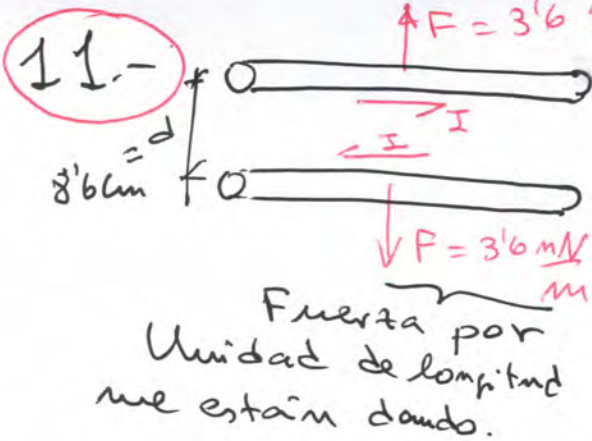
Directamente:

$$\vec{B}_0 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

$$\vec{v} = 30 \vec{u} \left(\frac{m}{s} \right); \vec{r} = 2 \vec{j} (m)$$

$$\vec{B}_0 = - \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi} \cdot \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 30 \cdot 2}{8} \vec{k}$$

$$\left[\vec{B}_0 = - 9 \cdot 10^{-12} \vec{k} (T) \right]$$



Si se repelen es que llevan la intensidad al contrario. Mas de lo de antes.

$$F = \frac{\mu_0 L I_1 I_2}{2 \pi d} \quad I_1 = I_2 = I$$

$$I^2 = \frac{2 \pi d F}{\mu_0 L} = \frac{2 \pi \cdot 8.6 \cdot 10^{-2} \cdot 3.6 \cdot 10^{-9}}{4 \pi \cdot 10^{-7}}$$

$$[I = 39.3 \text{ mA} = 39.3 \cdot 10^{-3} \text{ A}]$$

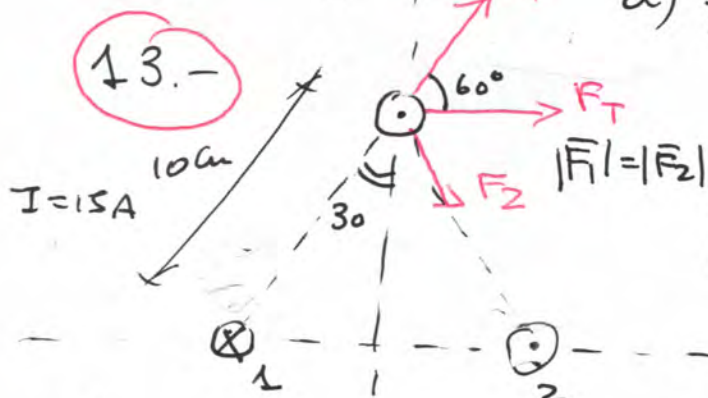
Mas de lo mismo:

$$mg = F = \frac{\mu_0 L I_1 I_2}{2 \pi d}$$

$$mg = \frac{\mu_0 L \cdot I^2}{2 \pi d}$$

$$I^2 = \frac{m \cdot g \cdot 2 \pi d}{\mu_0 L} = \frac{14 \cdot 10^{-3} \cdot 9.8 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1.5 \cdot 10^{-3}}{4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 16 \cdot 10^{-2}} = 6431$$

$$[I = 80 \text{ A}]$$



a) $\vec{F}_T = 2 F_1 \cdot \cos 60^\circ \vec{L}$

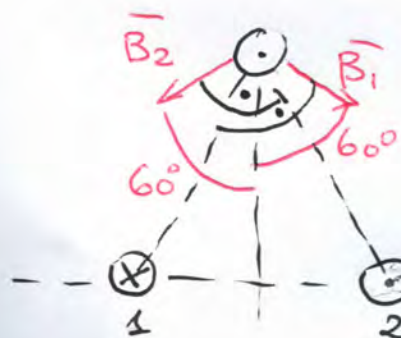
$$F_1 = \frac{\mu_0 L \cdot I^2}{2 \pi d}$$

$$\vec{F}_T = 2 \mu_0 \frac{L \cdot I^2}{2 \pi d} \cdot \frac{1}{2} \vec{L}$$

$$\frac{\vec{F}_T}{L} = \frac{2 \cdot 4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 15^2}{2 \pi \cdot 0.1 \cdot 2} \vec{L}$$

$$\left[\frac{\vec{F}_T}{L} = 450 \cdot 10^{-6} \vec{L} \left(\frac{\text{N}}{\text{m}} \right) \right]$$

b) Ahora el campo magnético:



$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \quad |\vec{B}_1| = |\vec{B}_2|$$

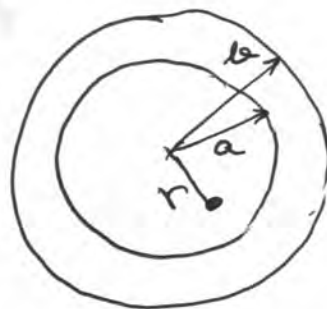
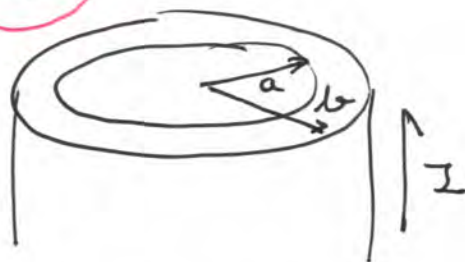
$$\vec{B}_T = -2 |\vec{B}_1| \cdot \cos 60^\circ \vec{J}$$

$$|\vec{B}_1| = \frac{\mu_0 I}{2 \pi d}$$

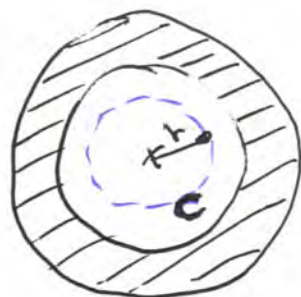
$$\left[\vec{B}_T = -2 \cdot \frac{\mu_0 I}{2 \pi d} \cdot \frac{1}{2} \vec{J} = -2 \cdot \frac{4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 15}{2 \pi \cdot 0.1 \cdot 2} \vec{J} = -30 \vec{J} (\mu\text{T}) \right]$$

14.-

8



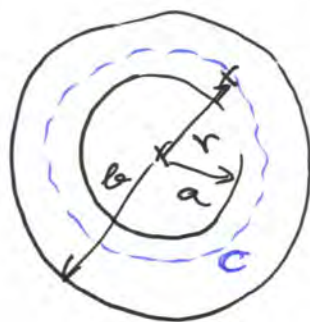
- 1) $r < a$ (interior): Por Ampère $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$
Como es axial simétrico:



$$\underbrace{B \oint_C d\ell}_{2\pi r} = \mu_0 \cdot I \rightarrow \vec{B}_1 = \vec{0} \text{ (nulo)}$$

- 2) $a < r < b$ (entre las caras)

Necesito calcular la densidad superficial de carga que circula



$$\sigma_q = \frac{I}{A} = \frac{I}{\pi(b^2 - a^2)}$$

Como antes, Ampère:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B \cdot 2\pi \cdot r = \mu_0 I = \mu_0 \cdot \underbrace{\sigma_q}_{\text{es axial simétrico}} \cdot \pi(r^2 - a^2)$$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot \sigma_q \cdot \pi(r^2 - a^2)}{2\pi \cdot r}$$

Encerrada por C

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I (r^2 - a^2)}{2r \pi (b^2 - a^2)} \text{ en vector } \left[\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I (r^2 - a^2)}{2\pi r (b^2 - a^2)} \vec{\mu}_0 \right]$$

- 3) $r > b$ (fuera)

Más de lo mismo



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

$$\text{Ax. } \left[\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r} \vec{\mu}_0 \right]$$

15.-

9



a) Es nulo, el campo se confina en el interior del toroide

b) Podemos suponer el campo constante en su interior:

$$\left[\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r} \vec{\mu}_0 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^3 \cdot 15}{\underbrace{2 \cdot \pi \cdot 1,1 \cdot 10^{-2}}_{2,72 \cdot 10^{-2}}} \vec{\mu}_0 \text{ [T]} \right]$$

c) Es nulo en el exterior del toroide.

Se confina en el interior del toroide.

(para eso lo han inventado)